



# 绪论

## 矢量概念介绍

# 标量和矢量

- ✓ 标量：无方向而仅有大小的物理量.
- ✓ 矢量：既有方向又有大小的物理量.
- ✓ 矢量的表示：

$r, v$

印刷体

$\vec{r}, \vec{v}, \vec{M}$

手写体



矢量图

- ✓ 矢量的特点：矢量可以平移、合成与分解

矢量相等

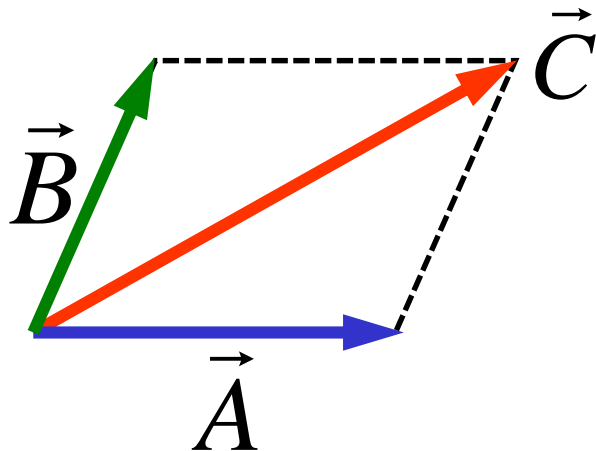
$$\vec{A} = \vec{B}$$

{ 单位相同  
大小相等  
方向相同

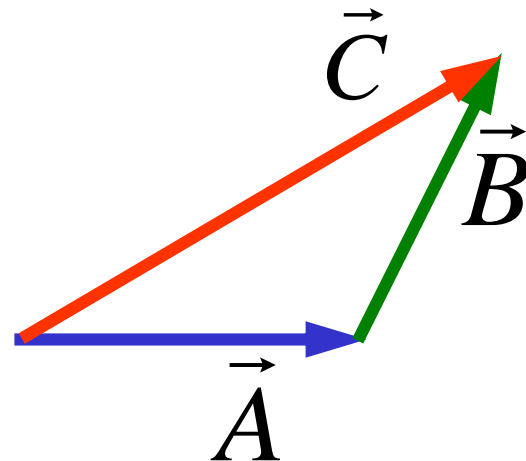
# 矢量的运算

## 矢量加法

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$



平行四边形法则



三角形法则

加法交换律

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$$

加法结合律

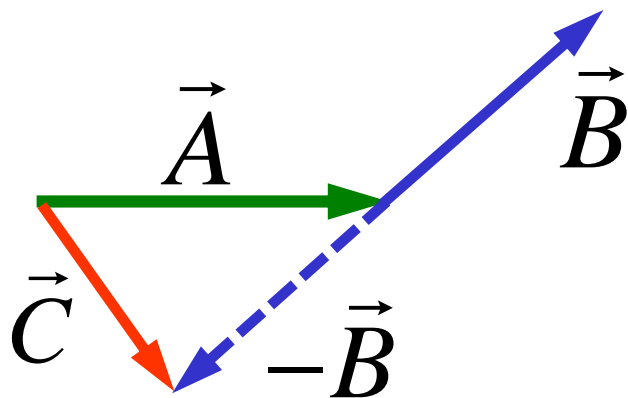
$$\vec{A} + (\vec{B} + \vec{C}) = (\vec{A} + \vec{B}) + \vec{C}$$

# 矢量的运算

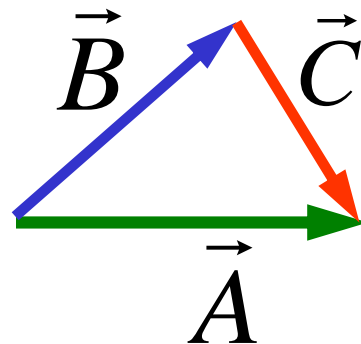
## 矢量减法

$$\vec{C} = \vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$$

- $-\vec{B}$ 为矢量 $\vec{B}$ 的负矢量：大小相等，方向相反.

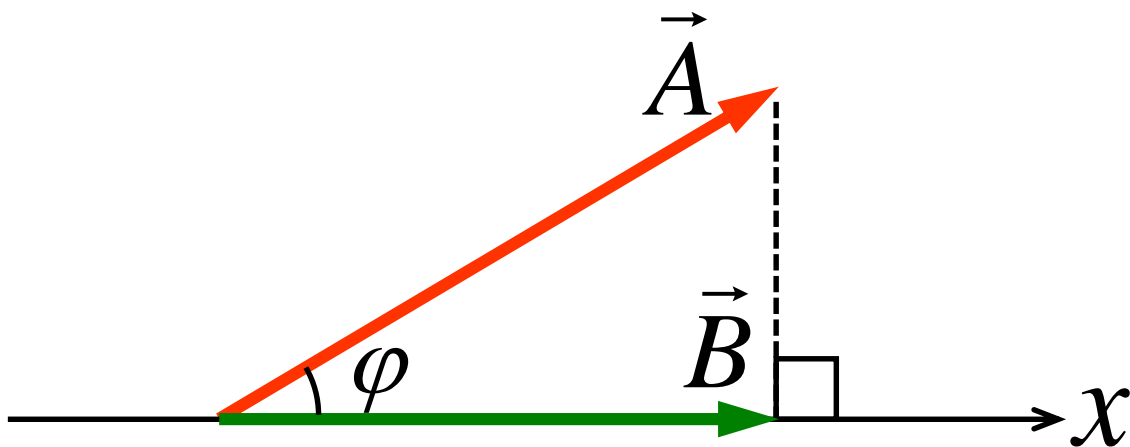
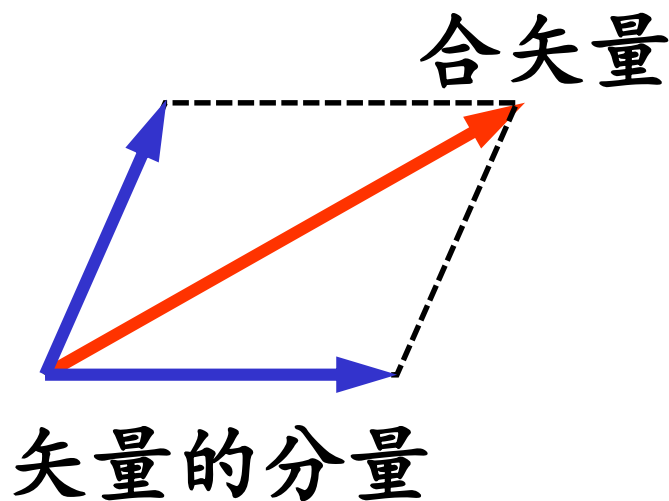
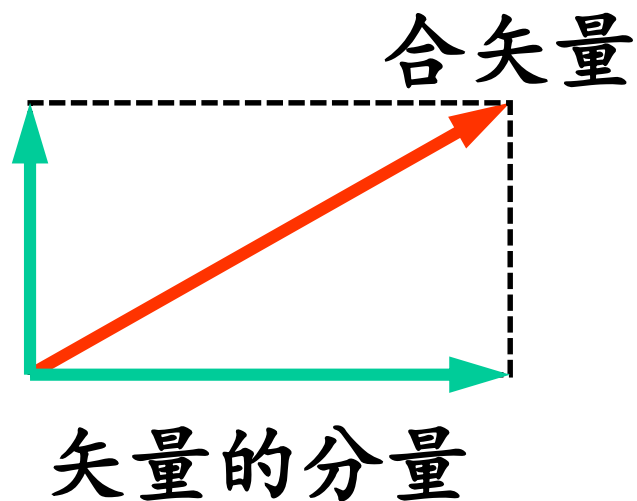


转换为加法



指向被减数

# 矢量的合成与分解



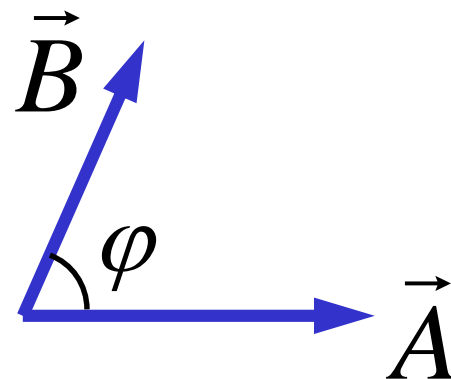
矢量在某一方向的投影

# 矢量的运算

## 矢量点乘

$$C = \vec{A} \cdot \vec{B}$$

$$C = \vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \varphi$$



矢量点乘的结果为标量——点积或标积；

矢量的点积可以为正值、负值或零；

满足交换律： $\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$

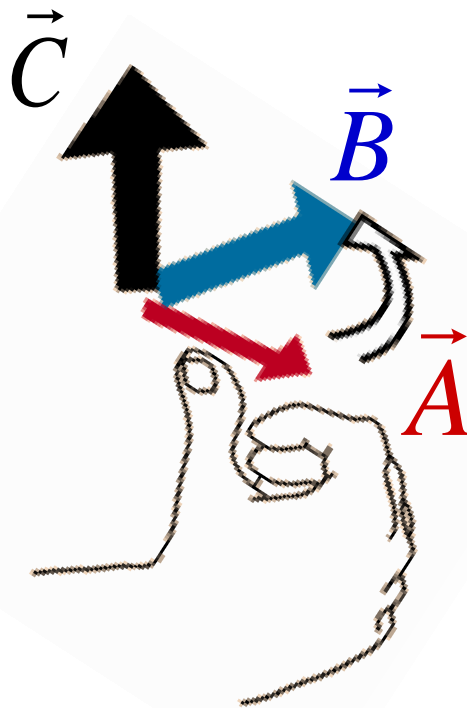
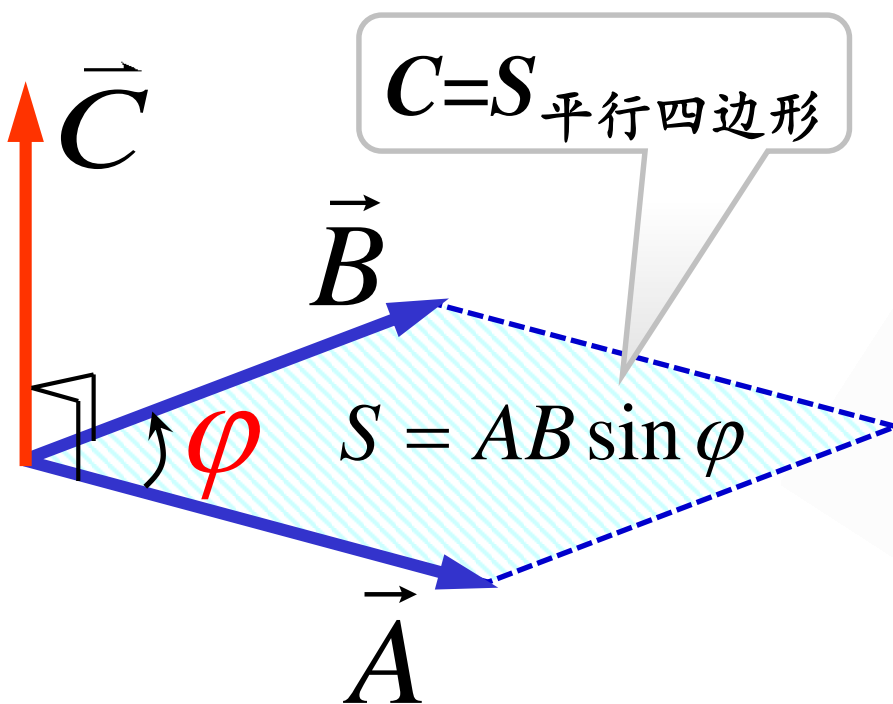
满足分配律： $\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$

# 矢量的运算

**矢量叉乘** 矢量叉乘的结果为矢量——叉积或矢积.

$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$$

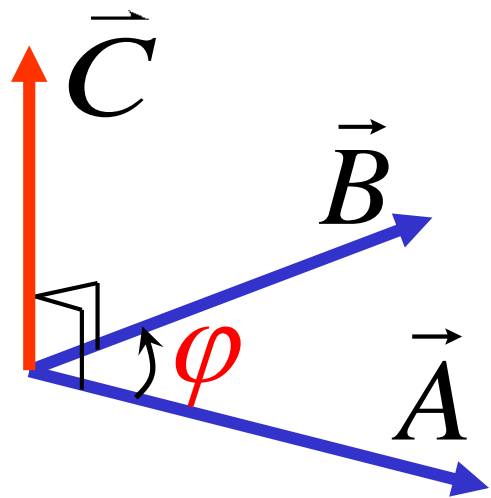
大小:  $C = AB \sin \varphi$   
方向: 满足右手定则



# 矢量叉乘

矢量叉乘的结果为矢量——叉积或矢积.

$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$$



大小:  $C = AB \sin \varphi$

方向: 右手定则 

满足分配律:

$$\vec{P} \times (\vec{A} + \vec{B}) = (\vec{P} \times \vec{A}) + (\vec{P} \times \vec{B})$$

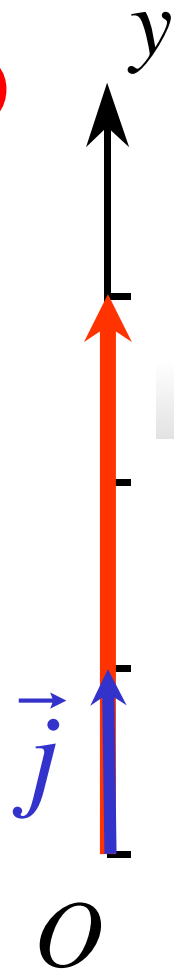
不满足交换律:

$$\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$$



# 直角坐标系的单位矢量

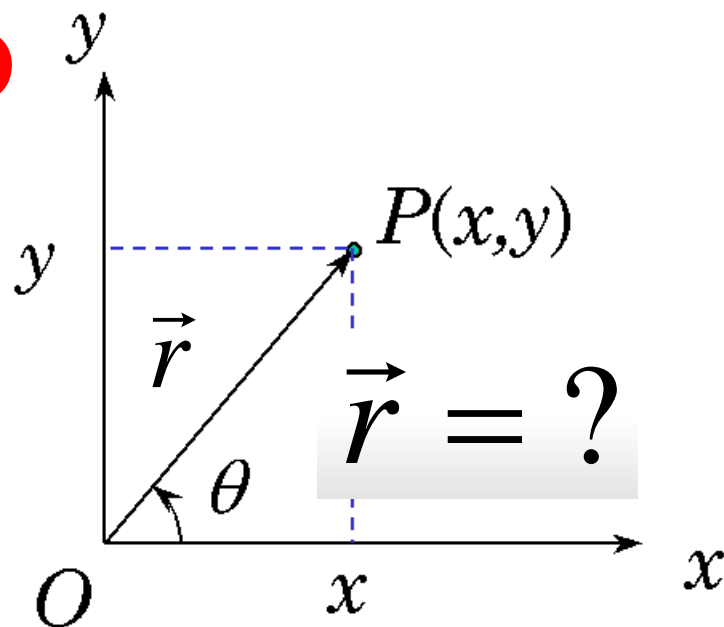
1D



$$\vec{A} = ?$$

$$\vec{A} = 3\vec{j}$$

2D



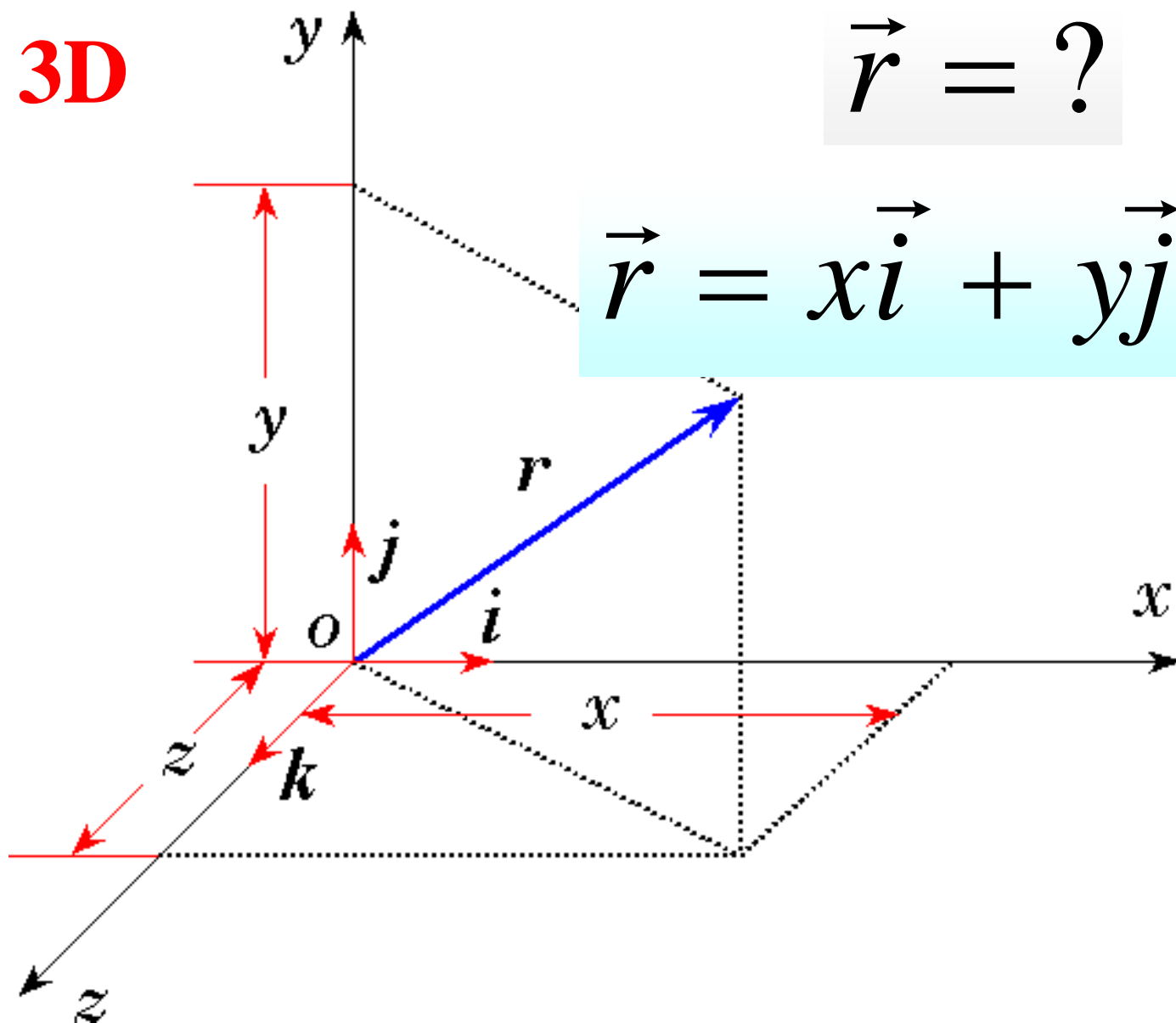
$$\vec{r} = ?$$

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j}$$

**3D**

$$\vec{r} = ?$$

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$



## 单位矢量的运算

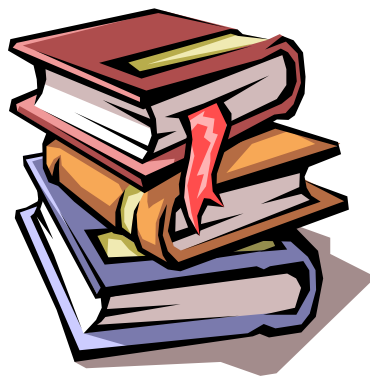
$\vec{i} \cdot \vec{i} = ?$	$\vec{j} \cdot \vec{j} = ?$	$\vec{k} \cdot \vec{k} = ?$	$\vec{i} \cdot \vec{i} = 1$	$\vec{j} \cdot \vec{j} = 1$	$\vec{k} \cdot \vec{k} = 1$
$\vec{i} \cdot \vec{j} = ?$	$\vec{j} \cdot \vec{k} = ?$	$\vec{k} \cdot \vec{i} = ?$	$\vec{i} \cdot \vec{j} = 0$	$\vec{j} \cdot \vec{k} = 0$	$\vec{k} \cdot \vec{i} = 0$

$\vec{i} \times \vec{i} = ?$	$\vec{j} \times \vec{j} = ?$	$\vec{k} \times \vec{k} = ?$
$\vec{i} \times \vec{j} = ?$	$\vec{j} \times \vec{k} = ?$	$\vec{k} \times \vec{i} = ?$

$\vec{i} \times \vec{i} = 0$	$\vec{j} \times \vec{j} = 0$	$\vec{k} \times \vec{k} = 0$
$\vec{i} \times \vec{j} = \vec{k}$	$\vec{j} \times \vec{k} = \vec{i}$	$\vec{k} \times \vec{i} = \vec{j}$

# 小结

- 标量与矢量
- 矢量的特点
- 矢量的运算
- 单位矢量



# 第1章

# 质点运动学



# 本章主要内容



参考系、位置矢量

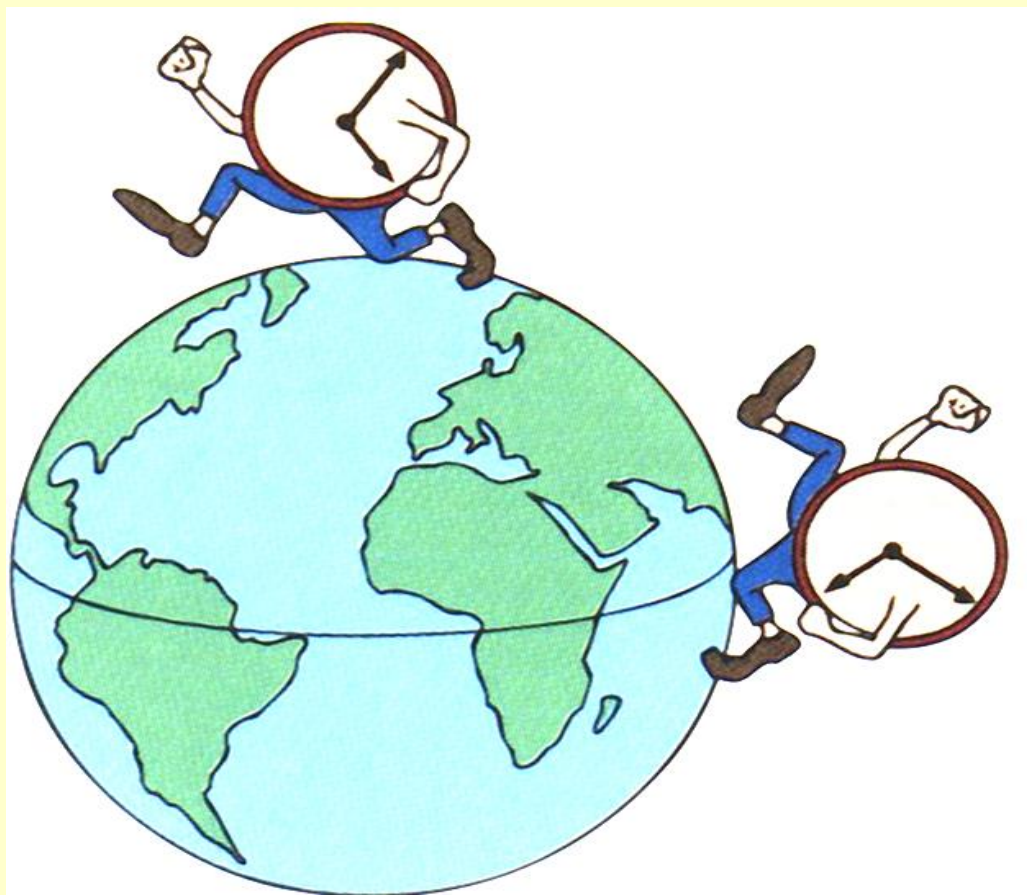
位移、速度和加速度

圆周运动的描述

相对运动

# § 1.1 参考系

## Reference System



- 力学：研究机械运动的科学
- 机械运动：物体位置随时间的改变
- 参考系：用于确定物体位置的参照体系

{ 坐标系：确定物体空间坐标，固定于参考系  
{ 同步时钟：确定物体时间坐标

- 时间标准：1 s为铯同位素 $^{133}\text{Cs}$ 辐射振动周期的9,192,631,770 倍.
- 长度标准：1 m为光在真空中在  
(1/299,792,458) s内所经过的距离.



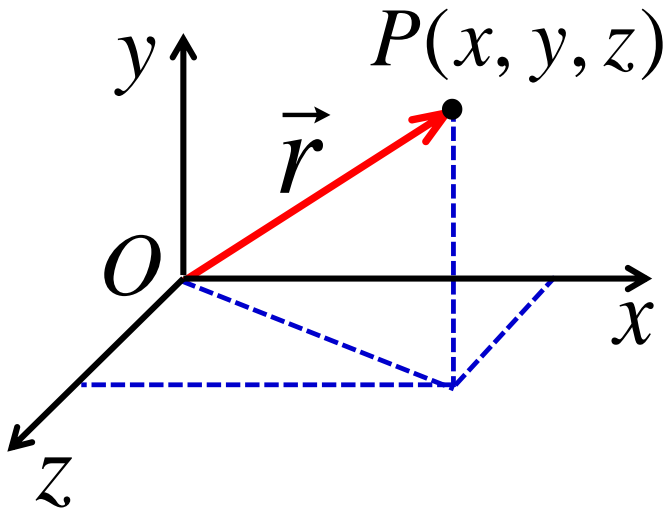
# § 1.2 位移与速度

**Displacement and velocity**



# 1. 位置矢量 Position Vector

- 位置矢量 (位矢): 由参考点指向质点位置的矢量



$$\vec{r} = \overrightarrow{OP}$$

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

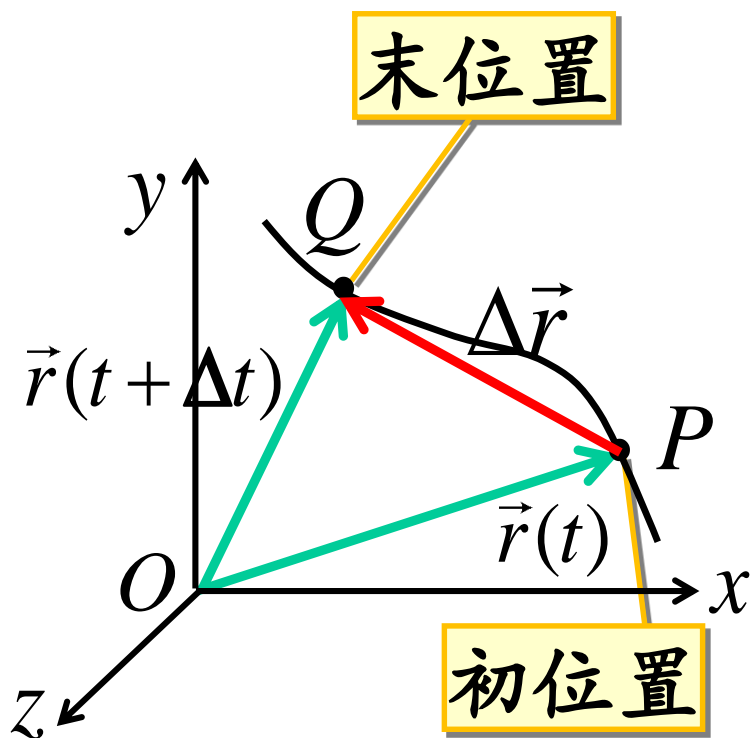
$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$$

运动函数

## 2. 位移 Displacement

- 定义：位置矢量的变化量(增量).
- 物理意义：描述位置变化的总效果.
- 方向：由起点指向终点.



$$\Delta \vec{r} = \vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t)$$

$$\begin{aligned} \Delta \vec{r} = & [x(t + \Delta t) - x(t)]\vec{i} \\ & + [y(t + \Delta t) - y(t)]\vec{j} \\ & + [z(t + \Delta t) - z(t)]\vec{k} \end{aligned}$$

$$\Delta \vec{r} = \Delta x \vec{i} + \Delta y \vec{j} + \Delta z \vec{k}$$

# ■ 位矢与位移的区别

方向

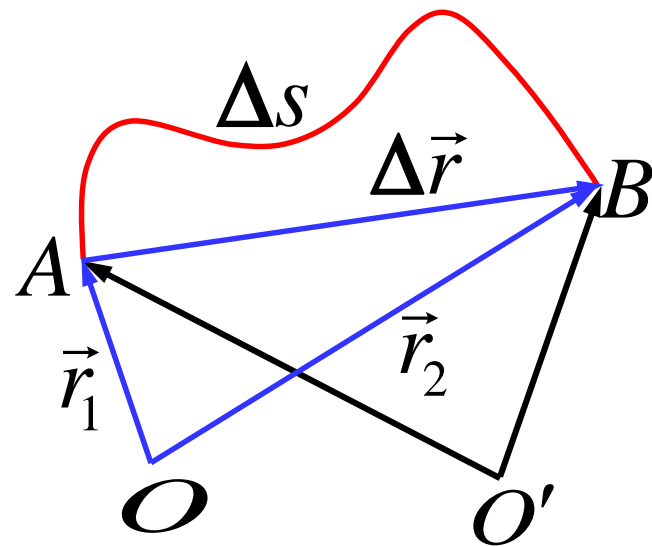
{ 位矢：从坐标原点指向质点所在位置。  
位移：从起点指向终点。

时间

{ 位矢：对应某一时刻。  
位移：对应一段时间。

参考点

{ 位矢：与参考点有关。  
位移：与参考点无关。



- 路程 $\Delta s$ ：两点间实际曲线路径的长度，标量。

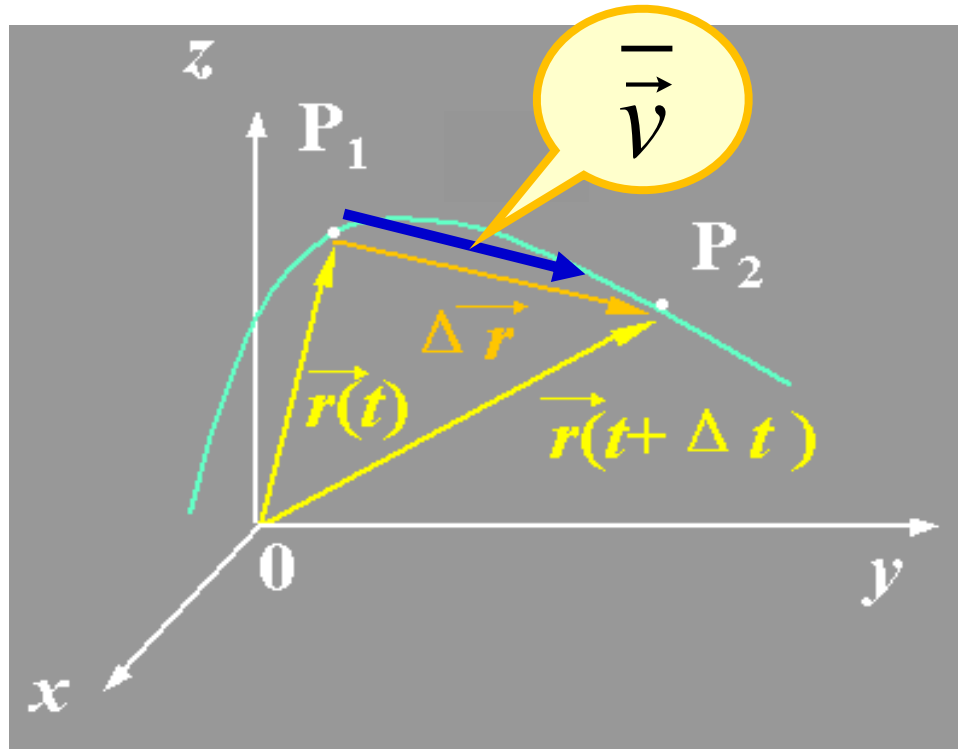
$$\Delta s \neq |\Delta \vec{r}|$$

### 3. 平均速度 Average Velocity

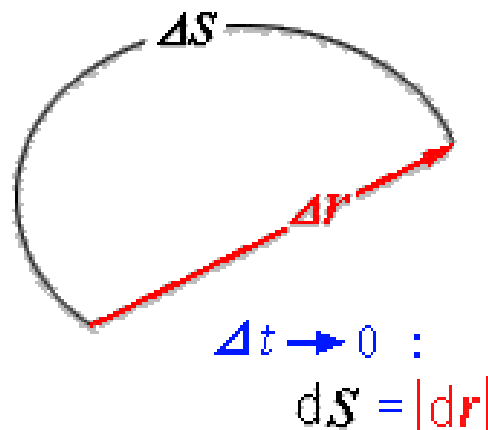
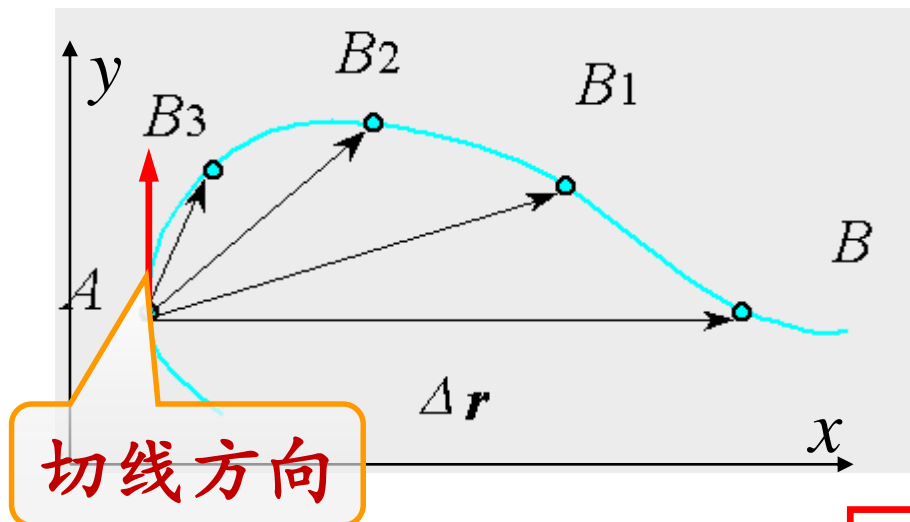
- **定义：** 位移与发生这段位移所经历时间的比值.
- **意义：** 描述一段时间内位置变化的快慢与方向.
- **方向：** 与相应时间段之内位移的方向相同.

$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

矢量



## 4. 瞬时速度 Instantaneous Velocity



$$\Delta s \neq |\Delta \vec{r}|$$

$$ds = |d\vec{r}|$$

$$\vec{v}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$v = \frac{ds}{dt}$$

- 方向：该时刻路径的切线方向，并指向路径前方。
- 大小：即速率。

$$v = |\vec{v}| = \frac{|d\vec{r}|}{dt} = \frac{ds}{dt}$$

注意区别:

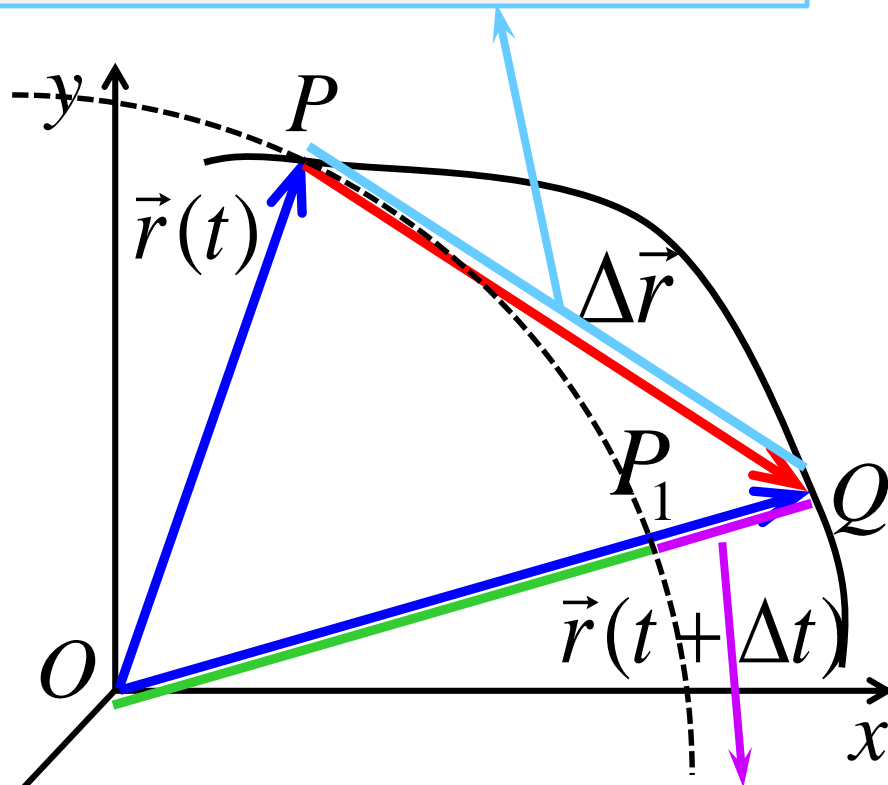
$$|\Delta \vec{r}| \neq \Delta r$$

$$|\Delta \vec{r}| \neq \Delta r$$

$$\Delta t \rightarrow 0$$

$$|d\vec{r}| \neq dr$$

$$|\Delta \vec{r}| = |\vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t)|$$



$$\Delta r = \Delta |\vec{r}| = |\vec{r}(t + \Delta t)| - |\vec{r}(t)|$$

$$|\overline{PQ}| = |\Delta \vec{r}|$$

$$|\overline{P_1Q}| = |\Delta r|$$

- 直角坐标系中的分量：

位矢  $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

位移  $\Delta\vec{r} = \Delta x\vec{i} + \Delta y\vec{j} + \Delta z\vec{k}$

速度  $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}_x + \vec{v}_y + \vec{v}_z$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \quad v_y = \frac{dy}{dt}, \quad v_z = \frac{dz}{dt}$$