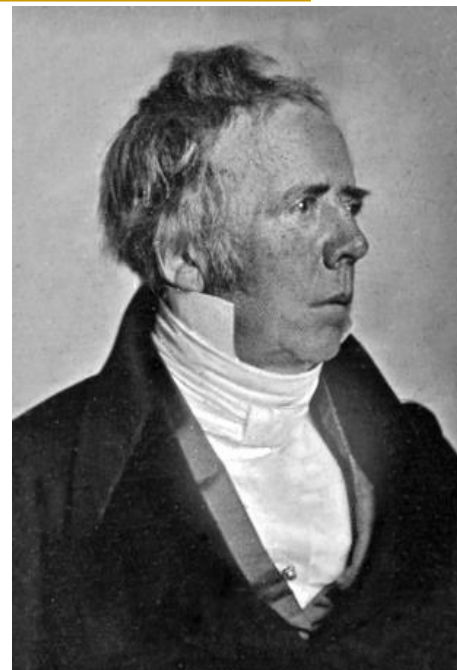


电 磁 学

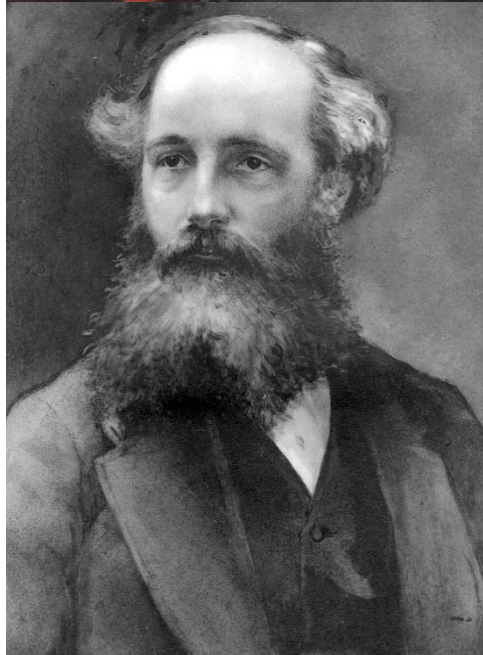


◀◀◀◀1785年, 库伦确定了电荷及磁极间的相互作用定律

1820年, 奥斯特揭示了电流的磁效应, 形成磁的电学说, 实现电与磁的统一▶▶▶▶▶



1831年, 法拉第发现感应电流, 形成电磁感应定律, 揭示了在变化的情形下电与磁相互激励的场景▶▶▶▶▶



◀◀◀◀1864年, 麦克斯韦建立了电磁场的动力学方程



电磁学主要研究内容：

- ✚ 电荷、电流产生电场、磁场的规律；
- ✚ 电磁场对电荷、电流的作用；
- ✚ 电磁场对物质的作用；
- ✚ 电场和磁场的相互联系。

第6章 静电场

§ 6.1 电荷

§ 6.2 库仑定律与叠加原理

§ 6.3 电场和电场强度

§ 6.4 静止点电荷的电场及其叠加

§ 6.5 电场线和电通量

§ 6.6 高斯定律

§ 6.7 利用高斯定律求解电场的分布

§ 6.1 电荷

1、物理本质：电荷是带电基本粒子的一种属性。

（自然界不存在不依附于任何物体的“单独电荷”）

2、电荷的种类：正电荷和负电荷（1747，美，B. Franklin）

3、电荷的量子性：电荷总是以一个基本单元的整数倍出现，基本单元即为电子电量的绝对值。

$$e = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$$

4、电荷守恒：一个电孤立系统内正、负电荷的代数和，即总电量保持不变；电荷守恒定律是自然界的一条普遍规律。

5、电荷的相对论不变性：一个电荷的电量与它的运动状态无关。

§ 6.2 库仑定律与叠加原理

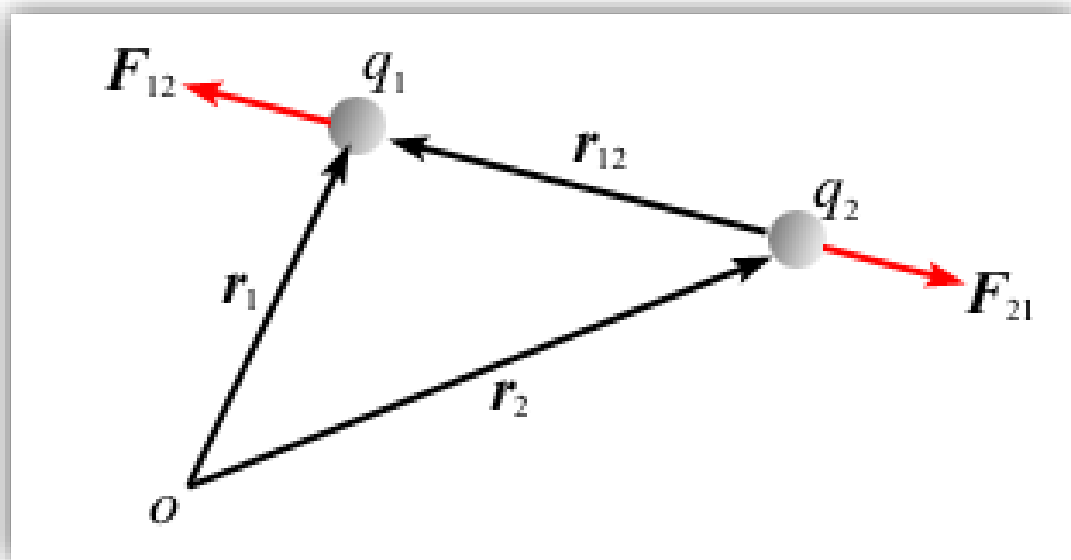
➤ **库仑定律** ——1785年，库仑通过扭秤实验总结而出

相对于惯性参考系，真空中两个静止点电荷之间的相互作用力与两电荷所带电量的乘积成正比，与它们之间距离的平方成反比。

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \vec{e}_{12}$$

$$\vec{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{21}^2} \vec{e}_{21}$$

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$



Note

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \vec{e}_{12}$$

- 库仑定律只适用于真空中的点电荷之间的相互作用；
- 点电荷：具有一定电量而可以忽略其体积大小、形状及电荷分布的带电体。
- 真空介电常数(真空电容率)：

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{C}^2 \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$$

- 库仑力是长程力：实验发现，在 10^{-17} 米至 10^7 米范围内库仑定律都成立(即原子核内尺度至地球尺度)。

例：经典的氢原子中电子绕核旋转，质子质量 $m_p = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$ ，电子质量 $m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ ，求电子与质子间的库仑力 F_e 与万有引力 $F_{\text{引}}$ 之比。

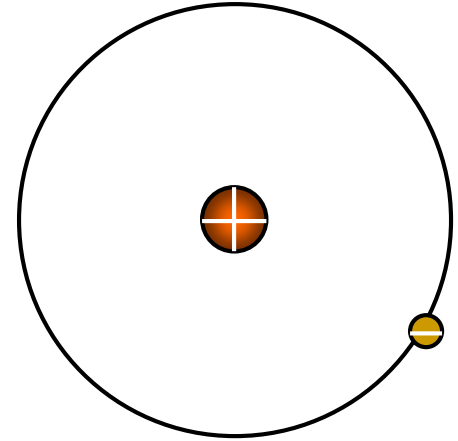
解： 库仑力大小

$$F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2}$$

万有引力大小

$$F_{\text{引}} = G \frac{m_p m_e}{r^2}$$

$$\frac{F_e}{F_{\text{引}}} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 G m_p m_e} = 2.26 \times 10^{39}$$



➤ 静电力的叠加原理

- 两个点电荷之间的作用力不因其它电荷的存在而改变.
- 作用于某点电荷 q_0 上的总静电力等于其他 n 个点电荷单独存在时对电荷 q_0 作用力的矢量和.

• 电荷离散分布

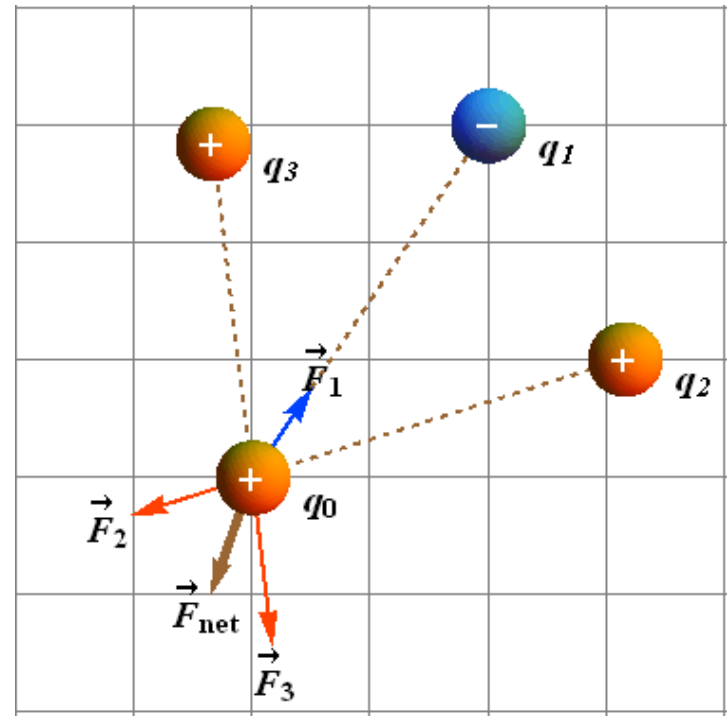
$$\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$$

$$\vec{F}_i = \frac{qq_i}{4\pi\epsilon_0 r_i^2} \vec{e}_r$$

• 电荷连续分布

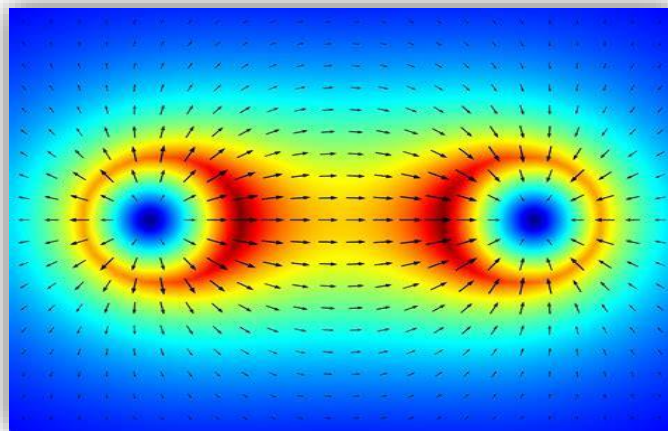
$$\vec{F} = \int d\vec{F}$$

$$d\vec{F} = \frac{q dq}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{e}_r$$



§ 6.3 电场和电场强度

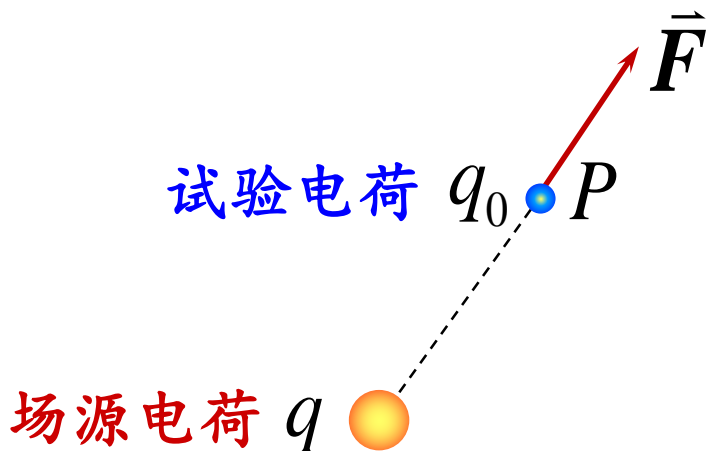
➤ 电场



- **电场的基本性质：**对处于电场中的电荷施加电场力的作用.
- **静电场：**相对于观察者静止且电量不随时间变化的电荷产生的电场.
- 场是一种特殊形态的物质，具有能量、动量；某些电场可以脱离电荷而独立存在，在空间具可叠加性.

➤ 电场强度

• 定义: $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$

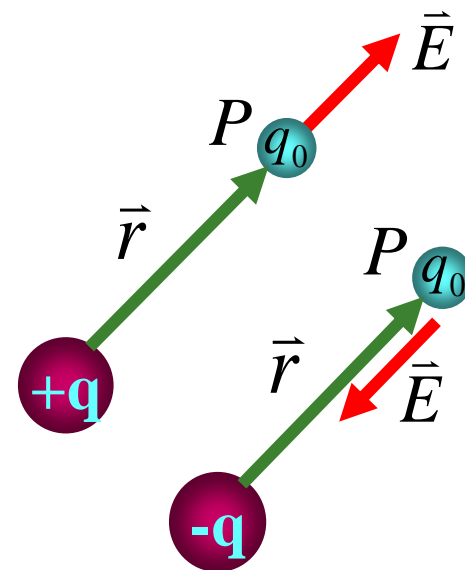


- 大小: 某点电场强度大小等于该点处单位电荷所受电场力的大小;
- 方向: 某点电场强度的方向与该点处单位正电荷所受的电场力方向相同.
- 单位: N/C 或 V/m

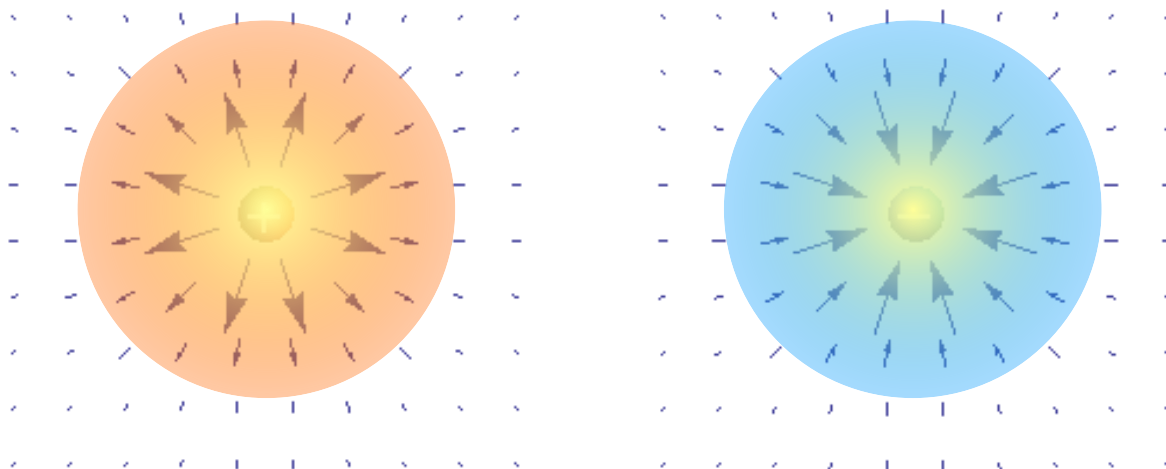
➤ 点电荷的电场

库仑定律: $\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r^3} \vec{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r^2} \vec{e}_r$

• 点电荷电场: $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \vec{e}_r$



• 分布特点: 以点电荷为球心的球对称分布, 即, 球面上各点电场强度大小相等, 方向沿球面法向。



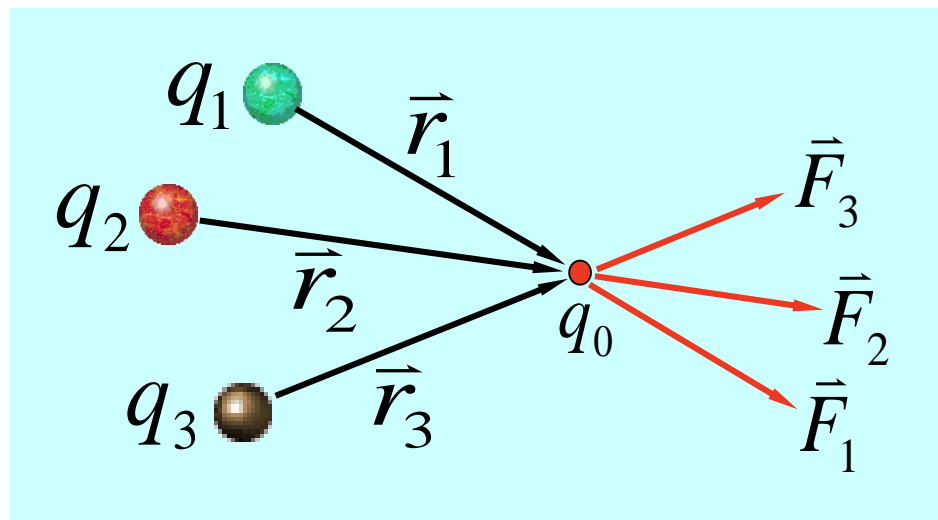
➤ 电场强度叠加原理——点电荷系

q_i 对 q_0 的作用力:

$$\vec{F}_i = \frac{1}{4\pi \varepsilon_0} \frac{q_i q_0}{r_i^3} \vec{r}_i$$

q_0 所受合力: $\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i$

电场强度: $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \sum_i \frac{\vec{F}_i}{q_0} = \sum_i \vec{E}_i$



■ **场强叠加原理:** 点电荷系在某点产生的总场强, 等于各点电荷单独存在时在该点分别产生的场强的矢量和.

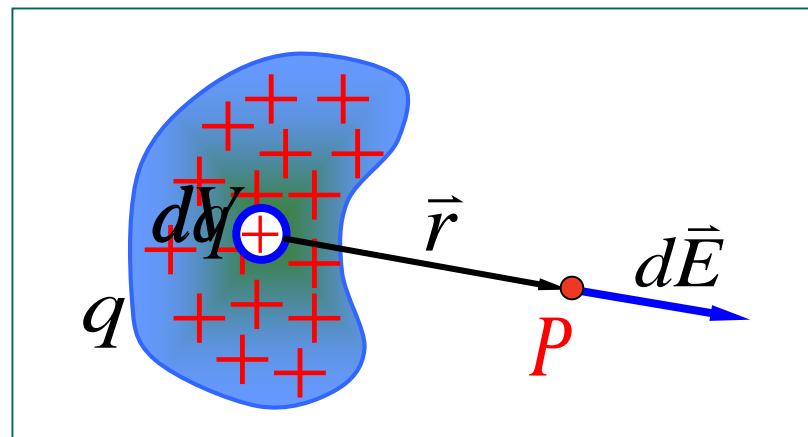
➤ 电场强度叠加原理——连续分布带电体

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \vec{e}_r$$

$$\vec{E} = \int d\vec{E} = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \vec{e}_r$$

• 电荷体密度: $\rho = \frac{dq}{dV}$

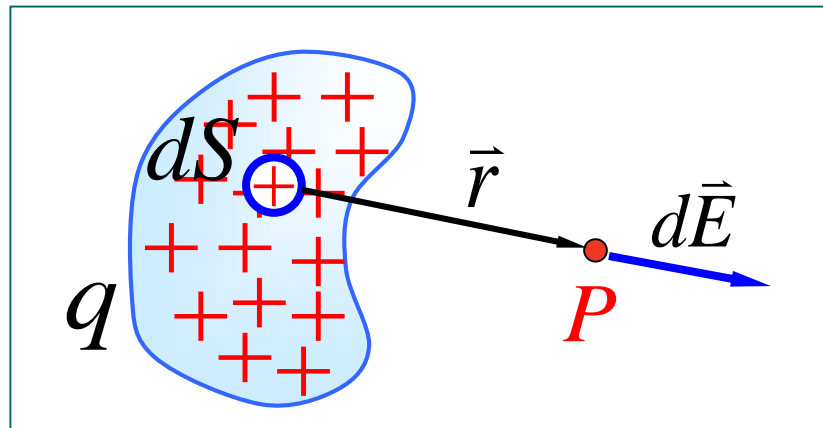
$$\vec{E} = \iiint_V \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho dV}{r^2} \right) \vec{e}_r$$



➤ 电场强度叠加原理——连续分布带电体

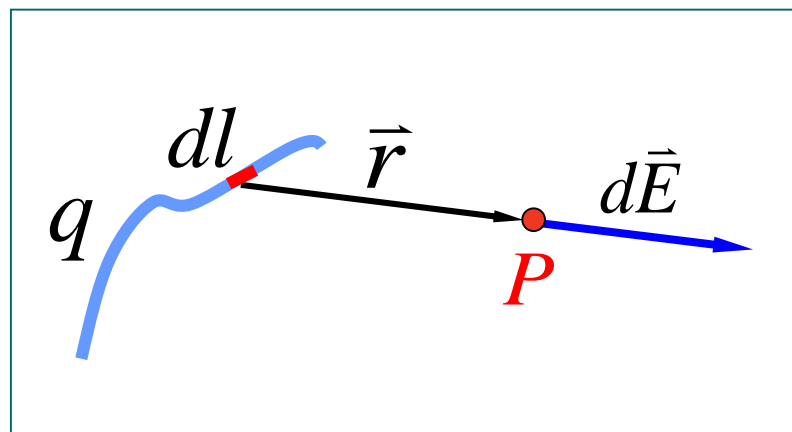
- 电荷面密度: $\sigma = \frac{dq}{dS}$

$$\vec{E} = \iint_S \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma dS}{r^2} \right) \vec{e}_r$$



- 电荷线密度: $\lambda = \frac{dq}{dl}$

$$\vec{E} = \int_l \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dl}{r^2} \right) \vec{e}_r$$



例1: 长为 l 的均匀带电直线, 电荷线密度为 λ . 求: 如图所示 P 点的电场强度.

解: 在坐标 x 处取线元 dx

$$dq = \lambda dx$$

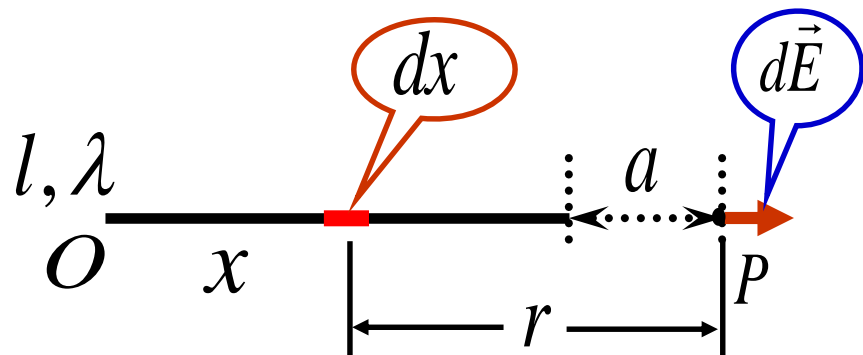
该电荷元在 P 点的场强为:

$$dE = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{\lambda dx}{4\pi\epsilon_0 (l + a - x)^2}$$

所有电荷元在 P 点产生的总场强:

$$E = \int dE = \int_0^l \frac{\lambda dx}{4\pi\epsilon_0 (l + a - x)^2} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{a + l} \right)$$

方向: 沿 x 轴正方向.



例2: 均匀带电圆环半径为 R , 带电量为 q . 求: 圆环轴线上一点的场强.

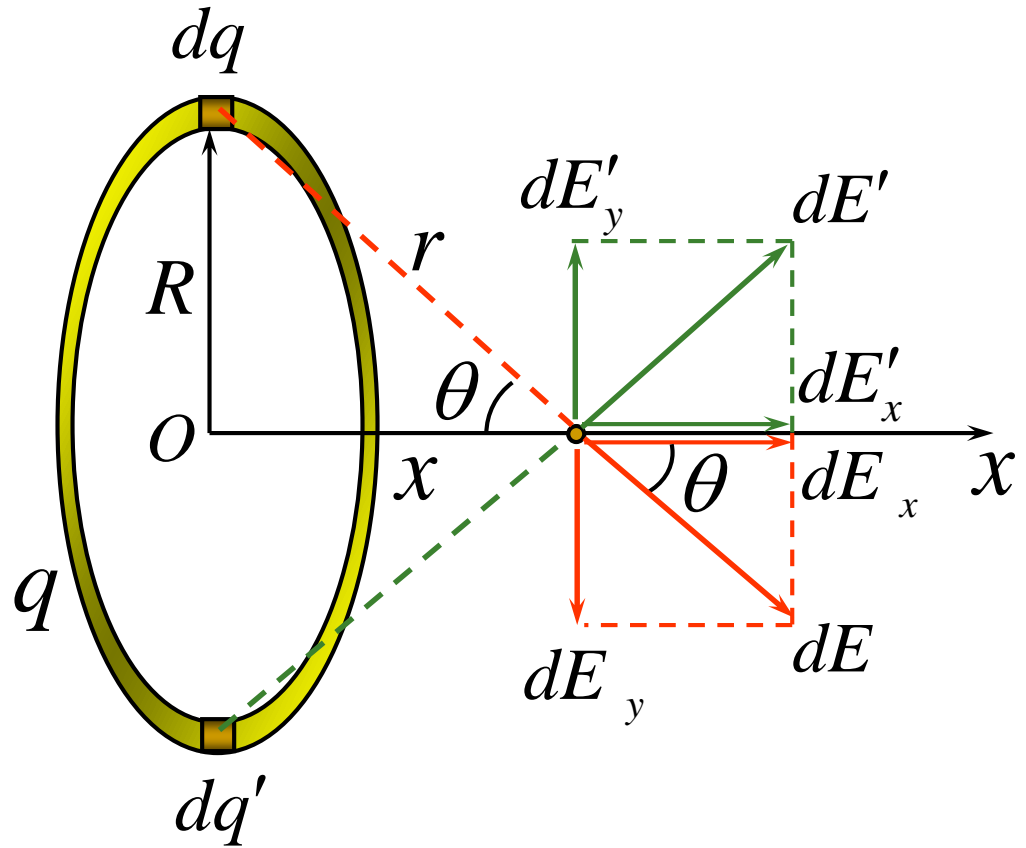
解: 电荷元 dq 的电场

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \vec{e}_r$$

由场对称性: $E_y=0$

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = E_x$$

$$E = E_x = \int_0^q dE_x = \int_0^q dE \cos \theta$$



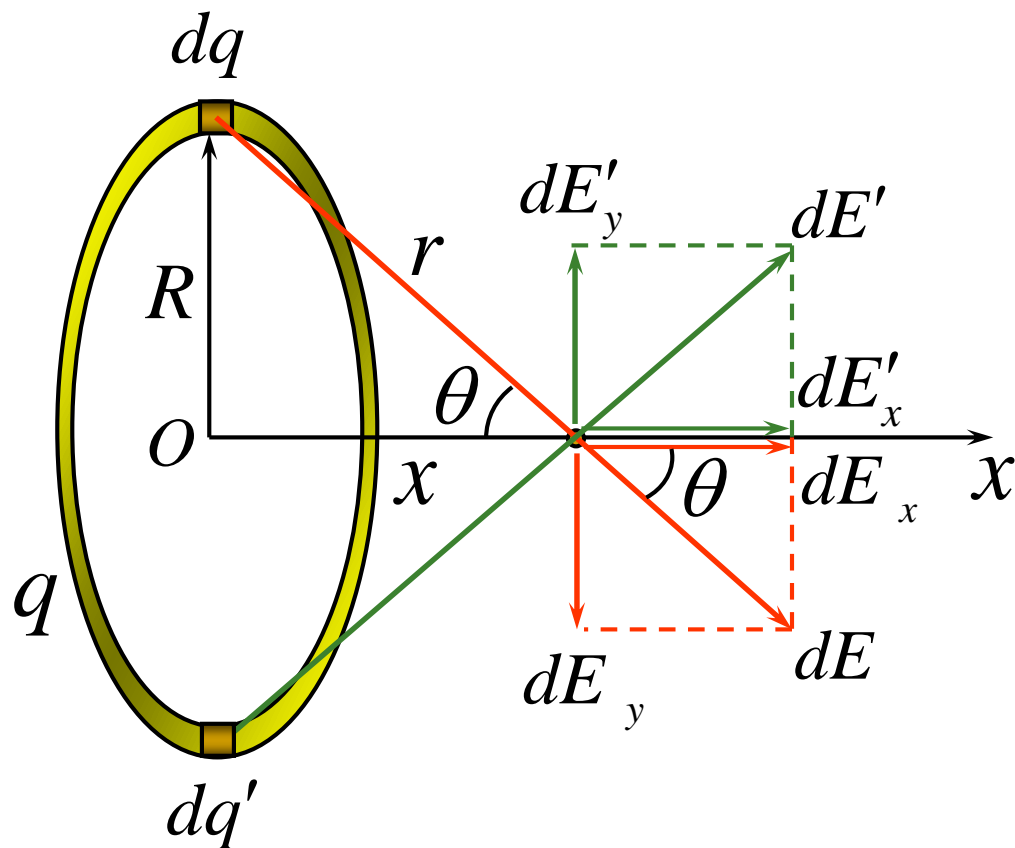
$$E = \int_0^q dE \cos \theta$$

$$\cos \theta = \frac{x}{r}$$

$$E = \int_0^q \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{x}{r}$$

r 与 x 都为常量

$$E = \frac{x}{4\pi\epsilon_0 r^3} \int_0^q dq = \frac{qx}{4\pi\epsilon_0 (x^2 + R^2)^{3/2}}$$



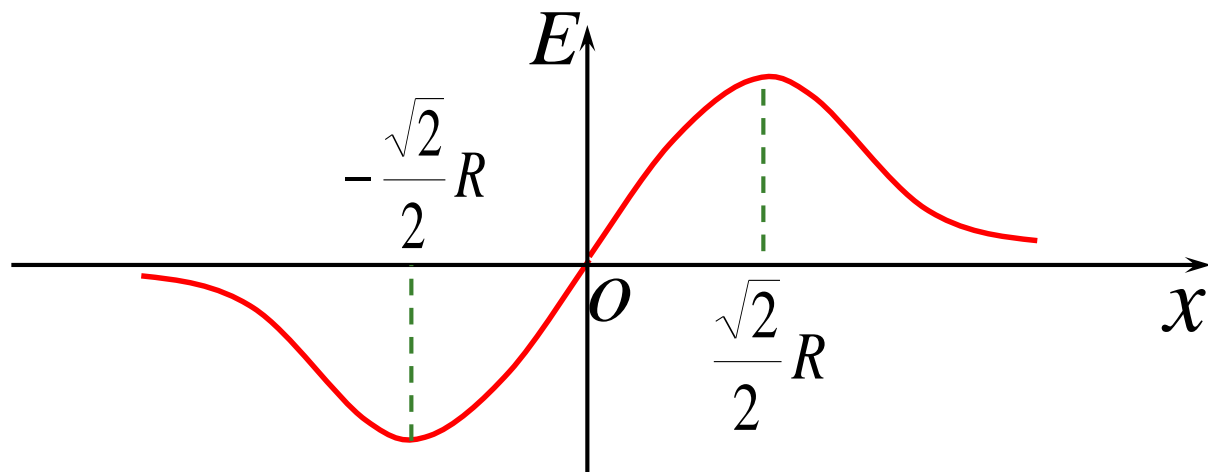
讨论

$$E = \frac{qx}{4\pi\epsilon_0(x^2 + R^2)^{3/2}}$$

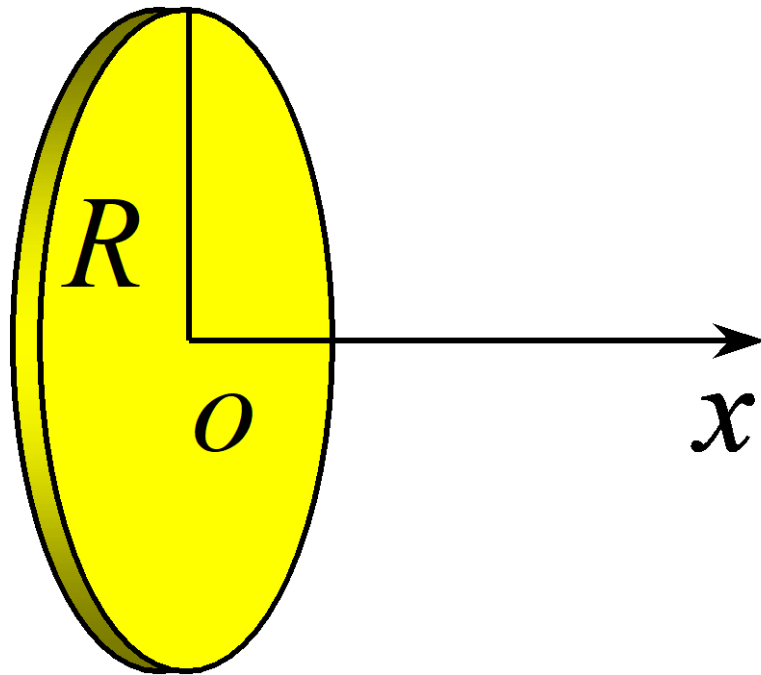
1. 环心处: $x=0, E=0$

2. 当 $x \gg R$, $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{x^2}$ ——相当于点电荷的电场

3. 场强极大值位置: $\frac{dE}{dx} = 0 \Rightarrow x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} R$



例3: 一半径为 R 的薄圆盘均匀带电, 电荷面密度为 σ . 求过圆盘中心且与圆盘垂直的轴线上电场的分布.



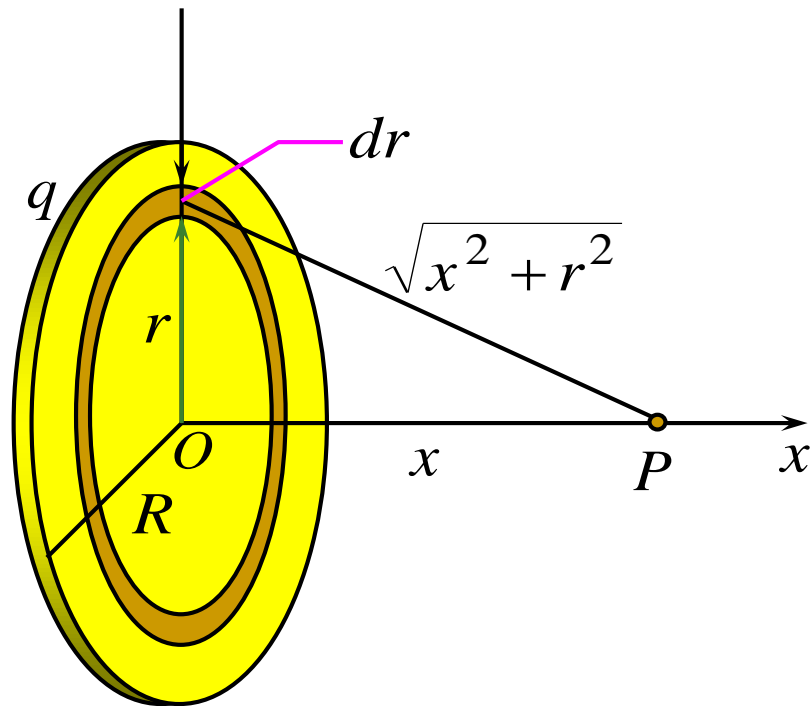
解：取圆心 O 点处为原点， x 轴沿轴线方向，如图所示，在任意半径 r 处取一宽为 dr 的圆环，其电量为

$$dq = 2\pi\sigma r dr$$

$$dE = \frac{x dq}{4\pi\epsilon_0 (r^2 + x^2)^{3/2}}$$

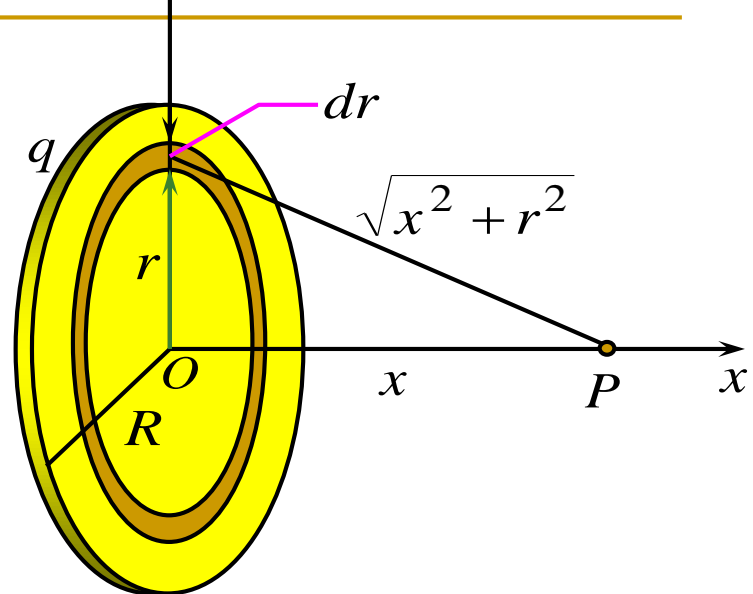
$$= \frac{\sigma x}{2\epsilon_0} \cdot \frac{r dr}{(r^2 + x^2)^{3/2}}$$

$$E = \int dE = \frac{\sigma x}{2\epsilon_0} \int_0^R \frac{r dr}{(r^2 + x^2)^{3/2}}$$



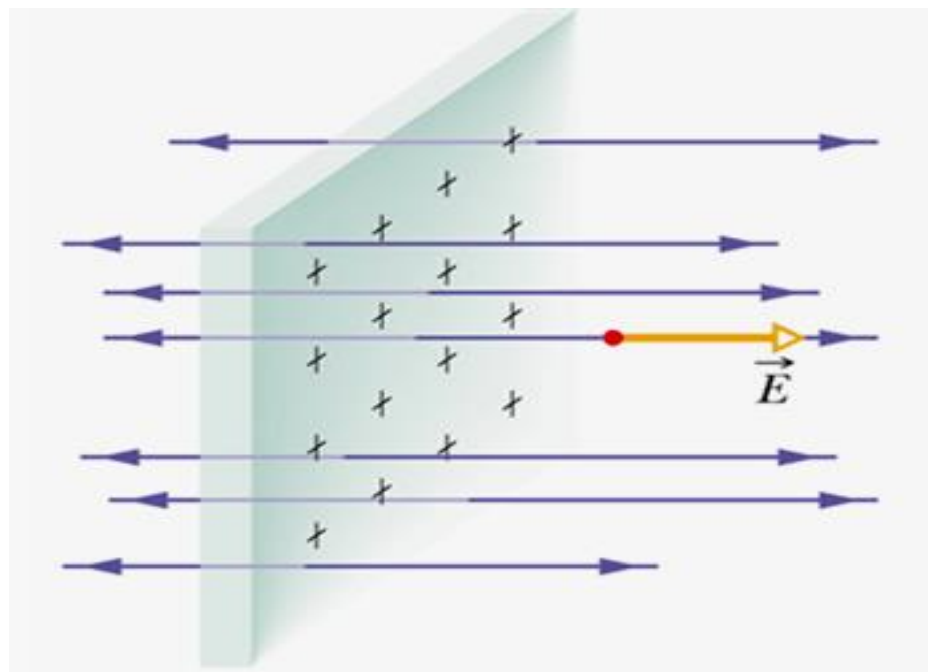
$$E = \frac{\sigma x}{2\varepsilon_0} \left[-\frac{1}{\sqrt{r^2 + x^2}} \right]_0^R$$

$$= \frac{\sigma x}{2\varepsilon_0} \left[\frac{1}{|x|} - \frac{1}{\sqrt{R^2 + x^2}} \right]$$



当 $R \rightarrow \infty$ 时，即为 “无限大” 带电平面

$$E = \frac{\sigma x}{2\varepsilon_0 |x|} = \pm \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$



小结

➤ 电荷 量子化、电荷守恒、相对论不变性

➤ 库仑定律

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \vec{e}_{12}$$

➤ 点电荷电场

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \vec{e}_r$$

➤ 场强叠加原理

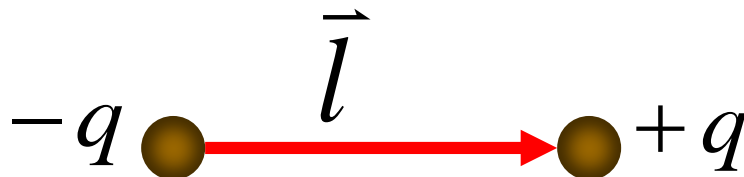
$$\vec{E} = \int d\vec{E}$$

➤ 无限大带电平面电场

$$E = \pm \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

例. 求电偶极子连线上一点A 和中垂线上一点B 的场强.

电偶极子: 由两个相距为 l (较小) 的等量异号点电荷 $+q$ 和 $-q$ 组成的点电荷系



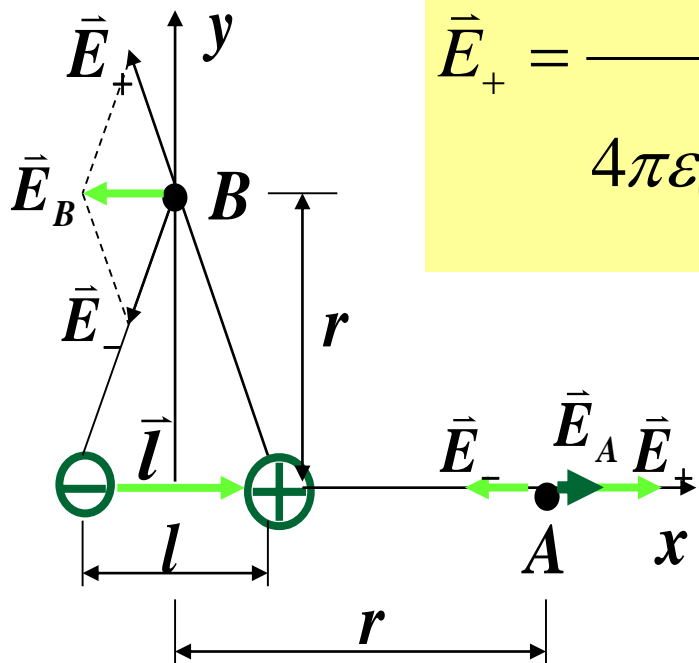
电偶极矩 (电矩) :

若取 $-q$ 指向 $+q$ 的矢径为 \vec{l} , 则矢量

$$\vec{p} = q\vec{l}$$

称为电偶极矩

解： (1)求 \vec{E}_A ：建立 XOY 坐标系。 $+q$ 和 $-q$ 在 A 点产生的场强 \vec{E}_+ 和 \vec{E}_- 分别为



$$\vec{E}_+ = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\left(r - \frac{l}{2}\right)^2} \vec{i}$$

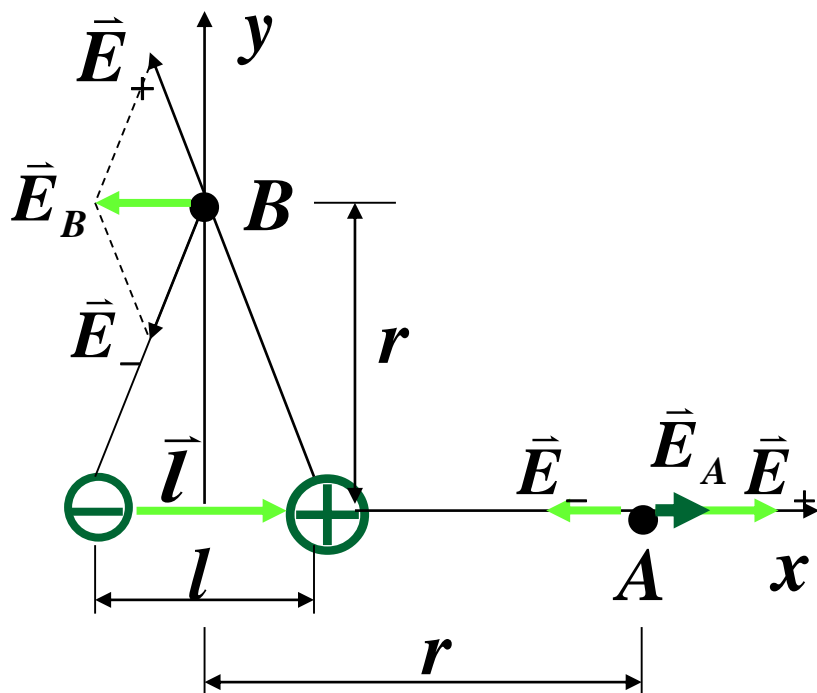
$$\vec{E}_- = \frac{-q}{4\pi\epsilon_0\left(r + \frac{l}{2}\right)^2} \vec{i}$$

$$\begin{aligned} \vec{E}_A = \vec{E}_+ + \vec{E}_- &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{\left(r - \frac{l}{2}\right)^2} - \frac{1}{\left(r + \frac{l}{2}\right)^2} \right] \vec{i} \\ &= \frac{2qrl}{4\pi\epsilon_0 r^4 \left(1 - \frac{l}{2r}\right)^2 \left(1 + \frac{l}{2r}\right)^2} \vec{i} \end{aligned}$$

$\because l \ll r$, 且 $\vec{p} = q\vec{l} = ql\vec{i}$, 所以得

$$\vec{E}_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2ql}{r^3} \vec{i} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\vec{p}}{r^3}$$

(2) 求 \vec{E}_B : $+q$ 和 $-q$ 在 B 点产生的场强 \vec{E}_+ 和 \vec{E}_- 分别为



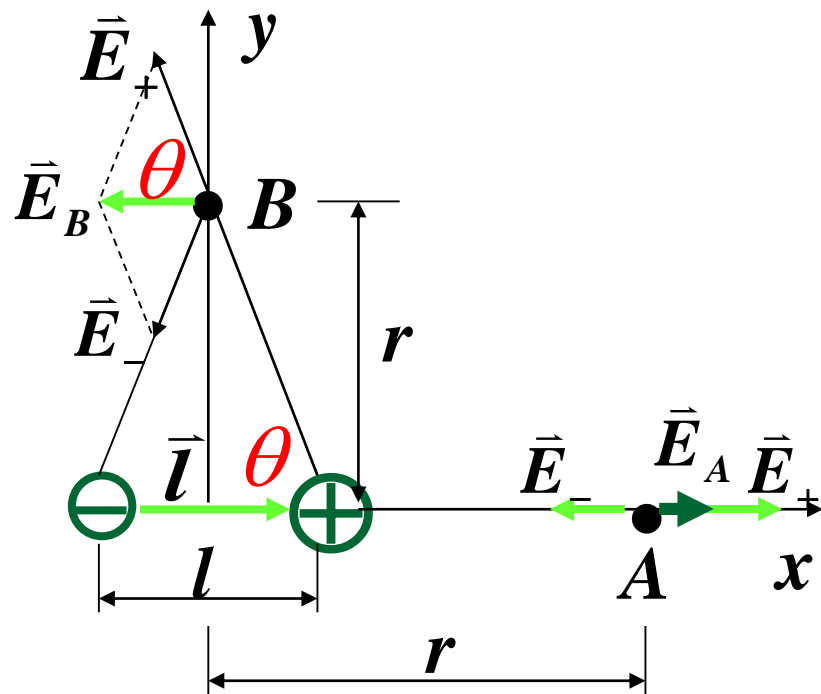
$$E_+ = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2 + (l/2)^2}$$

$$E_- = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2 + (l/2)^2}$$

$$\vec{E}_B = -(E_+ \cos \theta + E_- \cos \theta) \vec{i}$$

$$= -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2 + (l/2)^2} \cdot \frac{l}{\sqrt{r^2 + (l/2)^2}} \vec{i}$$

$$= \frac{-ql}{4\pi\epsilon_0 \left(r^2 + l^2/4\right)^{\frac{3}{2}}} \vec{i}$$



由于 $r \gg l$ 得

$$\vec{E}_B = \frac{-ql}{4\pi\epsilon_0 r^3} \vec{i} = \frac{-\vec{p}}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

$$E \propto p$$

$$\vec{E}_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2ql}{r^3} \vec{i} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\vec{p}}{r^3}$$

$$E \propto r^{-3}$$